

G E O – L U D O

2 0 0 7

Rimarkoj por la versio en Inter-Reto :

En la teksto de la broŝuro estas indikoj al figuroj sur 4 paĝoj kiuj estas aldonitaj al la broŝuro.

Tiuj figuroj ne nepre necesas, sed ili povas plifaciligi la komprenon de la tuta LUDO,

Estis tro komplike kaj amplekse, enkomputorigi tiujn paĝojn. Tial ili ne troviĝas en tiu ĉi Inter-Reta versio.

Leganto kiu tamen ŝatas disponigi ilin, mendu ilin en la formo de paperaj paĝoj ĉe mi. Tiam mi sendos ilin per simpla poŝto.

Mia poŝt-adreso estas :

Gerard Cool Karolingerweg 10 #4 A 8430 Leibnitz

gf.cool (a) aon.at

Rimarkigo de la enretiginto: Por doni al la leganto almenaŭ impreson pri la menciitaj bildoj, mi ilin skanis kaj jene disponigas: [figuroj 1–3](#), [figuro 4](#), [figuro 5](#), [figuro 6](#), [figuro 7](#).

Sub la nomo GEO-LUDO mi proponas **strategian ludon** kiu baziĝas sur elementa ebena Geometrio. Tial matematikistoj verŝajne povos kompreni la regulojn, kaj komence regi la ludadon mem, pli facile ol matematikaj laikoj. Sed mi esperas kaj kredas, ke post ne tro longa alkutimiĝa tempo ankaŭ tiuj havos ĝenerale la saman ŝancon, lerni kaj poste kapabli la strategion de la nova ludo.

La fakto ke la bazo de ĉiuj Movo-reguloj devenas el la elementa G E O -metrio, tamen ebligas formuli la regulojn kaj ceteran komenton iom matematike, kio simpligas la tutan formuladon de la regularo. Tial mi utiligas, foje sen difinoj, kelkajn plej konatajn simbolojn kaj teoremojn el la matematiko. Matematik(instru)istoj poste povos facile montri kaj klarigi (kaj pruvi, se dezirate) la klarigan tekston al matematikaj laikoj.

Jam mi antaŭe projekciis kaj distribuis al kelkaj kolegoj GEO-LUDON. Tio ĉi estas kvazaŭ dua,, fakte revizita versio de mia unua,, kaj tiu ĉi estas espereble pli taŭga kaj pli interesa ol mia unua projekto.

La ludo bezonas minimumon da materialo :

- 1) Paĝon kun kvadrata reto de cm^2 , kies longo kaj larĝo estas almenaŭ 50 cm.
- 2) Ekz. 20 peonetojn por meti sur retpunktojn.
- 3) *Eventuale* geometri-ilojn : cirkilon, retilon, ortilon (ne nepre necese).
- 4) Eventuale (100) egalajn monerojn, malmulte-valorajn (ekz. centonojn de €). Sed eblas ankaŭ kalkulado per poentoj. Jen, ĉiu necesa materialo.

Eblas k Konkursantoj samtempe kun k teorie ĝis 40. Sed praktike $k=12$ jam sufiĉu. Pro la relativa kompliko de la Lud-Reguloj necesas L u d - e s t r a r o. kiu gvidu kaj kontrolu la ludadon, do garantias la plenumiĝon de ĉiuj reguloj. Ankaŭ ili servu kiel „banko“ de la centonoj aŭ poentoj, kaj ties pagado inter la Konkursantoj kaj la banko.

La Ludado konsistas komence el **M o v a d o** de retpunkto al retpunkto. La unua Ludanto, L(1), komencas en la fiksa punkto O(Origino) (0;0), kaj Movas peoneton al retpunkto P(1) (x;y) kun $x \geq 0$ kaj $y \geq 1$. L(2) movas la peoneton de retpunkto P(1) al P(2), ktp.

La komenc-kaj ferm-punkto de la Movo-vico estas la Origino O(0;0), kiu situas proksimume en la mezo de la x-akso kaj la x-akso estas la plej malsupra horizontala rekto de la Ludo-kampo (paĝo).

Ĉiu movo devas plenumi ĉiujn Movo-Regulojn, kiuj sekvas poste.

La provizora kaj primara celo de la Movado estas, „fermi la „**GEO-vojon**“, t.e. fari la ferm-Movon, denove al O. La tuto estas tiam vico de m Movoj de O al O kies spuro aspektas kiel konvekso m-gono el kiu O estas unu „vertico“..

I KONKURS – IRADO

Grupo de k Konkursantoj jam antaŭe decidu pri vicordo inter si. Poste ili signiĝu tiel :

$K(1), K(2), K(3), \dots, K(i), \dots, K(k)$.

Ili kunprenis aŭ prenu kun si Lud-kampon kaj la peonetojn,...kaj la **LUD-estraron**. Kaj ili komencu ludi, t.e. unue Movi laŭ tiu ciklo-ordo, kiun mi ekzempligu por $k=4$:

L(1) L(2) L(3) L(4) L(1) L(2) L(3) L(4) L(1) L(2) L(3) L(4) L(1) L(2) L(3) L(4)...

$K(1) K(2) K(3) K(4) K(1) K(2) K(3) K(4) \dots K(4) K(3) K(2) K(1) K(4) K(3) K(2) K(1) \dots$
 $K(2) K(3) K(4) K(1) K(2) K(3) K(4) K(1) \dots K(1) K(4) K(3) K(2) K(1) K(4) K(3) K(2) \dots$
 $K(3) K(4) K(1) K(2) K(3) K(4) K(1) K(2) \dots K(2) K(1) K(4) K(3) K(2) K(1) K(4) K(3) \dots$
 $K(4) K(1) K(2) K(3) K(4) K(1) K(2) K(3) \dots K(3) K(2) K(1) K(4) K(3) K(2) K(1) K(4) \dots$

Tio kune faras unu Rondon, kiu do konsistas el $2 \cdot k$ Ludoj.

La k Konkursantoj, $K(1), K(2), K(3); \dots, K(i); \dots, K(k)$ do cikle ŝanĝu la Ludo-vicordon laŭ supra ekzemplo, kiu garantias tute egalajn ŝancojn inter la k Konkursantoj.

Entute do la Konkurso konsistas el unu Rondo, sed por $k=2$ el 2 Rondoj. Kun la Ludantoj $L(1)=A$ kaj $L(2)=B$: $AB, BA, BA, AB, AB, BA, BA, AB$. Eventuale simile por ceteraj malgrandaj k okazu 2 Rondoj laŭ antaŭa interkonsento.

Ĉiun Ludon partoprenas t Ludantoj $L(1), L(2); L(3); \dots, L(i), \dots, L(t)$. (t de lasta). Ĝenerale $t=k$, sed foje $t < k$, ĉar la Lud-Reguloj ebligas, ke unu Konkursanto aŭ pli da ili ne rajtas partopreni iun el la Ludoj.

Komence de ĉiu Ludo-Rondaro la t Ludantoj ricevas po $2 \cdot t^2$ poentojn.

Ĉiu Ludo komenciĝas per Movado, laŭ sekvontaj Mov-reguloj kaj finiĝas per Interpagado de la poentoj inter la t Ludantoj kaj la banko, same laŭ sekvontaj Pago-reguloj.

Ekzistas Ludoj kun *tria stadio* inter komenco kaj fino, la stadio de „Defia Vetado“, same laŭ sekvontaj propraj reguloj.

II

MATEMATIKAĴOJ

La Movado enhavas geometriajn difinojn kun geometriaj konsekvencoj. Ties priskribo necesigas kelkajn geometriajn fakesprimojn. Jen supervido kaj difinoj de ili kiuj estas parte speciale miaj:

Ebenan angulon mi nomas **gono**, kiu vorto estas malpli longa kaj troviĝas krome en ekz. „gono-metrio“ kaj „trigono-metrio“. Simile mi uzas „**3-gono**“, „**plur-gono**“, „**m-gono**“ La lim-strekojn de ebenaj kaj spacaj figuroj mi nomas ambaŭ **eĝo**, do ankaŭ kie PIV uzas „latero“.

La meza punkto de la suba streko nomiĝas **O** (de Origino) $O(0;0)$. Gono de 90° nomiĝas orta gono aŭ simple orto. 4-gono kies ĉiuj 4 gonoj estas ortaj, nomiĝu simple „4-orto“; ĝisnunaj nomoj estas vere maltaŭgaj (ekz. *rektangulo ortangulo*...la vorton *ortogramo* komprenas neniu laiko)

Punkto $P(x;y)$, kun ties koordinatoj x kaj y estas la punkto kiu situas x cm dekstre de O kaj y cm supre de O . x kaj y povas esti 0, x kaj y ankaŭ negativaj. Tiukaze legu „maldekstre de O “.

Movo en tiu ĉi ludo estas ĉiam rekta streko de retpunkto al retpunkto. Movo PQ signifas la Movon kiu iras per rekta streko de retpunkto P al retpunkto Q . Ties koordinatoj do indikas la Movon. La **Vektoro** („sago“) de movo donas nur la direkton kaj la longon de Movo. Por indiki tion, sufiĉas la du Vektoraj koordinatoj. $V(x;y)$ signifas la Movon x cm dekstren kaj y cm supren. (Kun la samaj ebloj de x kaj y kiuj povus esti 0 aŭ negativaj).

La kalkul-operacisignoj por adiciado, subtrahado, multiplikado, dividado kaj potencado estas

+ - * / ^

Rad(x) signifas la kvadratan Radikon de x, t. e. jena nombro kies kvadrato = x .

Ekz. $\text{Rad}(16)=4$; $\text{Rad}(25)=5$; $\text{Rad}(20)$ ne estas entjera nombro (nek raciona nombro), sed $\text{Rad}(20)\dots = \dots 4,472$, kio signifas ke $\text{Rad}(20)$ estas proksimume 4,472 kaj ke la lasta cifero 2 estas „fidinda“ kaj tio signifas ke 4,472 pli proksimas al $\text{Rad}(20)$ ol kaj 4,471 kaj 4,473.

III

L a M O V – R E G U L O J

Movo estas valida aŭ Regul-konforma nur, se ĝi plenumas ĉiujn M o v o - R e g u l o j n. Se Ludanto, $L(i)$, faras nevalidan (Regul-kontraŭan) movon, la Lud-estraro devas tion konstati, se necese montri kaj klarigi la Regul-kontraŭecon kaj igi tiun Ludanton anstataŭigi la nevalidan movon per valida Movo, sen „puno“ aŭ kroma konsekvenco. Sed se tiu denove faras nevalidan movon, ties sekvanta Ludanto, $L(i+1)$, Movas por $L(i)$. Eventualajn pago-konsekvencojn de tiu Movo transprenas $L(i)$ mem. Tiu ĉi Regulo povas esti tre favora por $L(i+1)$, kaj estas verŝajne malfavor(eg)a por $L(i)$. Sed tiu ĉi Regulo estas praktike ne tro grava, ĉar malverŝajnas ke sperta Ludanto faras dufoje sinsekve Regul-kontraŭan movon.

Gravas, ke sur la Lud-kampo restas funkcii n u r e M o v o j v a l i d a j !
Eblas Movado kun - kaj sen **Lud-Rando**.

§ 1 : Jen la Mov-Reguloj sen Lud-Rando :

- M 0 Ĉiuj movoj iras de retpunkto al retpunkto, ekde O, ĝiskun O.
- M 1 La Ludanto $L(1)$ komencas sian Movon (ek-Movon) el la Origino $O(0;0)$ al retpunkto $A(x;y)$, kies $x \geq 0$ kaj kies $y \geq 1$ kaj kies longo $OA \leq 5$ cm
- M 2 Ĉiu Movo eliras el la finpunkto de la antaŭa Movo.
- M 3 Ĉiu Movo faras kun la antaŭa Movo „Geo-Gonon“. Tio signifas: interna gono maldekstren de minimуме 90° kaj malpli ol 180° Atentu ke ferm-Movo devas havi du GEO-gonojn, unu kun la antaŭa Movo kaj unu kun la unua.
Tio formuleblas ankaŭ aliel :
Ĉiu Movo faras „kurso-ŝanĝon“ maldekstren de maksimуме 90°
- M 4 Movo ne rajtas havi komunan punkton kun Movo antaŭ la antaŭa Movo. Do Mmovo-vico ne rajtas havi „nodon“ (plur-oblan punkton).
- M 5 La longo de la unua Movo aŭ ek-Movo rajtas esti 5 cm aŭ malpli.
Same la longo de la lasta Movo aŭ ferm-Movo estas 5 cm aŭ malpli.
Ĉiu cetera movo havas longon de malpli ol 5 cm.
- M 6 $O(0;0)$ situas sur la x-akso. Ankaŭ la lasta Movo-punkto, Z, rajtas situi sur la x-akso. Ĉiuj ceteraj Movo-punktoj devas situi super la x-akso.

Sekvas kelkaj **Difinoj** :

- D 1 Vico de du aŭ pli da sinsekvaj Movo (validaj) nomiĝu **V o j o..**
- D 2 Vojo kiu enhavas la komencan (eliran) punkton O estas ek - V o j o.
- D 3 Vojo kiu enhavas la finpunkton O estas ferm - V o j o.
- D 4 Vojo kiu tute ne enhavas la punkton O (Originon), estas inter - V o j o.
- D 5 Vojo kiu estas kaj ek -, kaj ferm - v o j o estas **G E O - V O J O**.
- D 6 La unua Movo de ek - V o j o estas ek - M o v o.
- D 7 La lasta movo de ferm - v o j o kaj de Geo - v o j o estas ferm - M o v o.

Movo povas esti valida, ĉar „**regul-konforma**“, sed samtempe „**cel-kontraŭa**“ Tio signifas, ke tiu Movo tute ne havas ferm-vojon.

Notu ekz. la ek-Vojon kun la punktoj $O(0;0)$ $(4;1)$ $(4;4)$ $(3;4)$ $(2;2)$. Temas pri vera, valida ek-Vojo, kies Movoj, kun la Vektoroj $V(4;1)$, $V(0;3)$, $V(-1;0)$, $V(-1;-2)$ ĉiuj Movoj estas validaj, do ankaŭ la lasta. Sed tiu lasta Movo ne havas ferm-vojon, kio estas tuj videbla. Alia ekzemplo estas la ek-Vojo kun la punktoj $O(0;0)$ $(0;+4)$ $(-4; +4)$ $(-7 ;+1)$, kies lasta Movo havas la Vektoron $V(-3 ; -3)$. Ankaŭ tiu lasta movo estas valida, Regul-konforma, sed cel-kontraŭa, ankaŭ tuj videble.

Sekvas el la difino de Movo cel-kontraŭa, ke ĉiu posta Movo valida nepre devas esti ankaŭ cel-kontraŭa. Se iu Ludanto do faras (validan) Movon cel-kontraŭan, certe ĉiu posta Movo valida estas same cel-kontraŭa kaj tute ne plu eblas, fermi la Vojon. Por tiu kazo do necesas specialaj Lud-Reguloj. Jen kelkaj pluaj Difinoj :

D 8 Ekzistas Movoj validaj (regul-konformaj), sed **cel-kontraŭaj**, nome se ne ekzistas ferm-Vojo(j).

D 9 Movo **cel-konforma** estas Movo kiu ebligas ferm-Vojo(j)n, ofte plurajn, foje eĉ multajn.

Movo kaj regul-konforma kaj cel-konforma nomiĝas **Geo-Movo**.

D 10 „Movi“ signifas ne nur la mallongan rektan moveton de peono ekde la aktuala retpunkto al la nova retpunkto, sed signifas ĉefe la pensado(daŭro)n por tiu moveto.

Jen, du pluaj Mov-Reguloj :

M 7 Jam traktiĝis ke Movo Regul-kontraŭa ne validas kaj devas anstataŭiĝi. Kontraŭe Movo regul-konforma sed cel-kontraŭa validas kaj grave rolos laŭ la posta Lud-Regularo.

M 8 $L(i)$ rajtas, anstataŭ fari moveton, diri al $L(i-1)$

„Via Movo estis cel-kontraŭa.“ Per tiu voko finiĝas la Mova stadio de tiu Ludo.

Ne gravas la pravo aŭ malpravo de tiu diro. Gravus nur la opinio, la juĝo de tiu Ludanto kaj eventuale de aliaj Ludantoj, laŭ la (kompleksa) Lud-Regularo por tiu kazo, kiu sekvos poste.

Montriĝis du ekzemploj en kiuj tuj videblis ke temas pri tia Movo.

Sed ofte estas tute ne facile, kaj certe NE tuj videble, ĉu regul-konforma (valida) Movo, *precipe se ĝi situas malproksime de O*, estas ankaŭ cel-konforma aŭ ne. Ĝuste la problemeco de ties juĝo, kiu povas esti ofte nur takso, estas grava parto de la posta Lud-Regularo.

§ 2 La LIM – R A N D O

Movante laŭ plej ampleksa Vojo, oni konstatas ke la sinsekvaj Movo-Vektoroj havas unue kreskantajn „kruteco“ $V(4,1)$ $V(3;1)$ $V(4;2)$ $V(3;2)$ $V(3;3)$ $V(2;3)$ $V(2;4)$ $V(1;3)$ $V(1;4)$ $V(0;4)$ poste $V(-1;4)$ $V(-1;3)$ $V(-2;4)$ ktp... $V(-4;0)$ poste $V(-4;-1)$ $V(-3;-1)$ ktp, $V(0;-4)$, fine $V(1;-4)$...ktp ĝis $V(4;0)$

Figuro 1 montras la suban parton de tiu plej ampleksa Geo-Vojo kiu konsistas el **40 Movoj** kaj laŭ-aspekto do estas (ne plen-regula, sed sufiĉe regula) 40-gono. Kelkajn pluajn ecojn de tiu plej vasta Geo-Vojo, kiu portas la nomon de LIM-R A N D O, vi legos en posta ĉapitro pri matematika akompano.

§ 3 : L U D – R A N D O J

Se aldoniĝas al tiu LIM-RANDO la malpermeso, transpasi ĝin (kies malpermeso estus nenecesa por la dekstra duono de ĝi), la LIM-RANDO fariĝas LUD-RANDO (figuro 1 sur p 21)

Kiel pluaj LUD-RANDOj ofertas sin :

2) La **minimuma „40-gono“** (la ruĝa figuro)

- 3) La „maksimuma 8-gono“ (kies ĉiu interna gono = 135° (vd figuron 3)
 4) Libere elektebla, m-gona Geo-Vojo kun la najbaraj verticoj $O(0;0)$ kaj $K(-4;0)$ kaj jenaj pluaj kondiĉoj : $m \geq t$ kaj la nombro da Randaj ret-punktoj $\geq t^2$ kaj :
 $x = -2$ estas simetri-akso kaj sur ĝi estas simetri-centro (do estas ankaŭ simetri-akso // la y-akso.)

§ 4 : Elektro de la LUD-RANDO

La elektebloj de la Lud-Rando :

- 1) La invita Konkursa organizantaro konatigas la planitan Lud-Rando-strukturon por la tuta Konkursado per la invitiloj (komplike, tial malofta). Se ne :
- 2) Komence de Konkurso la k Konkursantoj-Ludontoj provas konsenti inter si pri eventuala Lud-Rando (inkluzive la eblon de sen-Lud-Randa Ludo) de la venonta Ludo. (Tiu elekto kutime pli-ŝancigas la elektinton kiu ja verŝajne ekzercis hejme kune kun tiu elektota Lud-Rando. Tial malgrandas la probablo de interkonsento.) Se ne :
- 3) La Ludo komenciĝas sen Lud-Rando, per la movo de L(1). Poste L(2) havas la elekton, Movi aŭ ne-Movi, sed, ne Movinte, havas la rajton, elekti la Lud-Randon (aŭ sen-Lud-Rand-econ) el la ebloj de § 3 por tiu unu Ludo. Se L(2) Movas, kaj do ne elektas la Lud-Randon, tiukaze L(3) havas la saman elekto-rajton. Se ankaŭ L(3) Movas kaj ne elektas, tiukaze L(4) havas tiun elekteblon, ktp., ĝiskun la lasta, L(t)
 Se neniu el tiuj elektas Lud-Randon, tiam daŭriĝas tiu Ludo sen Lud-Rando. .

§ 5 : MOVADO kun LUD-RANDO.

Estu elektita iu m-gona, do ankaŭ m-eĝa Lud-Rando laŭ iu elekteboj de paĝo 13, § 3.
 La Lud(-Rando)-Kampo konsistas el ties Interno kaj el ties Rando.
 La Rando enhavas **ret-punktojn**, nome la m Rand-verticojn kaj *ceterajn Rand-retpunktojn*.

La Lud-Regulo ĉikoncerne nomiĝas **MLR i**.

MLR 0 : Movo iras de Rand-retpunkto al Rand-retpunkto.

MLR 1 : (**Rand-Geo-Vojo**) komenciĝas kaj fermiĝas en O, kiu ja mem estas Rand-retpunkto. La unua Movo havas x-koordinaton kiu estas ≥ 0

MLR 2 : Ĉiu Movo faras Geo-Gonon kun la antaŭa Movo. La lasta Movo do faras Geo-Gonon kaj kun la antaŭlasta Movo kaj kun la unua

MLR 3 : Ne plu validas la Regulo de la maksimuma Movo-longo kiu povas esti arbitre granda.

Rimarkoj :

- a) Lud-Rando do havas ĉiam du funkciojn, **limantan** kaj **Movo-pli-longigeblan**
- b) En ĉiu Ludo L(1) kaj L(2) havas la avantaĝojn: de pli grandaj influ-ebloj, L(1) pro la pli-ol-meze multaj Movebloj, L(2) pro la unua eblo, rajti elekti la Lud-Rand(-econ). Tial gravas la rigore egalaj ŝancoj per la ciklado de la Ludanto-vic-ordo !

IV

La PAGO-REGULOJ

§ 1 Geo-Vojo

Ludanto L(i) kiu fermas Geo-Vojon, per sia **ferm-Movo**, finas la M.ovan parton de la Ludo, atingante la primaran celon; kaj tial ĝenerale meritas gajnon.

Se tiu ferm-Movo estas ties f-a Movo en tiu ĉi Ludo, ĉiuj Ludantoj L(1), L(2), L(3),..., L(i) movis en tiu ĉi Ludo po f fojojn, kaj la ceteraj (t-i) Ludantoj, do L(i+1), L(i+2),..., L(t), movis unu fojon malpli, do po (f-1) fojojn. Entute do la Ludo havis $m = i*f + (t-i)*(f-1) = f*t - (t-i)$ Movojn. En tiuj esprimoj do ĉiam $i \leq t$. La „rikolto“ de tiu Geo-Vojo-fermo dependas de la supraj variabloj, laŭ la Reguloj **GeR i**.

GeR 1 : $i < t ; f \geq 2$ Ĉiuj t Ludantoj Movis kaj la Movo-ferminto estas ne la lasta Ludanto L(t)

Al L(i) pagas ĉiu cetera Ludanto tiom da poentoj, kiom da fojoj tiu mem movis..

L(i) tiel gajnas $(i-1)*f + (t-i)*(f-1) = f*(t-1) - (t-i) = \underline{(m-f) poentojn}$.

Kaj tio estas bona rikolto por L(i), se m estas granda..

GeR 2 : $m = f*t \quad f > 1$ La lasta Ludanto, L(t), faras la ferm-Movon. Ĉiu Ludanto Movis same ofte kaj almenaŭ 2 fojojn. Pro tiu ekvilibro ne estu pagado inter ili, sed la Banko pagu al L(i) f poentojn.

GeR 3 : $m = t$ Ĉiu Ludanto movis unufoje. Bela ekvilibro. La Banko nur pagas al L(t) 2 poentojn.

GeR 4 : $m < t ; f = 1$ Ĉiuj Ludantoj ĝiskun L(i) Movis po 1-foje; (t-i) Ludantoj post tio tute ne.

Laŭ GeR 1 L(i) ricevas de la antaŭaj Ludantoj kune (i-1) poentojn.

Sed, ke restas (t-i) Ludantoj NE-Movintaj, estas malkontentige.

Tial L(t) devas pagi al ili po 2 poentojn. Kune do $2*(t-i)$ poentojn.

La rezulto por L(i) do estas $i - 1 - 2*t + 2*i = \underline{(3*i - 2*t - 1) poentoj}$, kiu rezulto povas esti negativa aŭ 0 aŭ pozitiva.

Krome la ne-Movintoj, do la (t-i) Ludantoj L(i+1), L(i+2), L(i+3), ..., L(t), devas fin-ludi inter si : L(i+1) komencas Movi ĉe la (t-i)-a Geo-Vojo-retpunkto antaŭ O. Permesatas elekti la antaŭe jam faritajn Movojn. Ĉiujn pagojn kiuj rezultas el tiu finala Ludo inter la (t-i) Ludantoj devas transpreni L(i). $m < t$ do estas tikla situacio por L(i) kiun tiu ĝenerale provas eviti.

(Notu, ke facile eblas, ke inter tiuj (t-1) Ludantoj denove ekestas la situacio de **GeR 3**. Tiukaze simple plu ludatu laŭ la samaj Reguloj).

GeR 5 : $m = t-1$ Tiukaze do restas nur unu Ludanto, Nun por L(i)=L(t-1) la rezulto estas

(t-4) poentoj. kaj poste L(t) devus fari novan Ludon kun si mem, kio ja ne eblas. Tial :

L(t) rajtas anstataŭi la lastan, do ferman Movon per ĉiuj ferm-Vojoj, kiujn tiu povas trovi ; kaj ricevas por ĉiu tiel trovita ferm-Vojo unu poenton de L(t-1), post la jam de tiu ricevataj 2 poentoj.! Notu, ke tio povas rezultigi mirinde multajn tiajn ferm-Vojojn ! (Vidu ekz. figuron 7)

Eble estas ne facile, kompreni la Regulojn GeR i – ojn. Tial vi trovos sur paĝo 23 figurojn 6) kaj 7) kun konkretaj ekzemploj..

§ 2 Ĉu la lasta Movo estis cel-konforma aŭ cel-kontraŭa ?

Se L(i) faras Movon (validan sed) cel-kontraŭan, L(i+1), se Movante regul-konforme, certe Movas cel-kontraŭe. Se tiuj du Movoj estas malproksime de O, eblas, ke ambaŭ ne certas pri tio.

Supozu ni, ke L(i) tamen faras tiun Movon, kvankam tiu konscias pri la risko, ke tiu Movo estas cel-kontraŭa. Nun L(i+1) pensas por serĉi taŭgan Movon, sed ne trovas tian. Tial tiu suspektas pli kaj pli forte, ke la lasta Movo estis cel-kontraŭa. Li riskas, anstataŭ Movi, voki „Via movo estis cel-kontraŭa“. Se li pravas, li, L(i+1), havos avantaĝon kaj la lasta movinto, L(i), malavantaĝon..laŭ la sekvantaj Lud-Reguloj.. Se L(i+1) malpravas, inverse. Jen, la Reguloj **ckR i**

ckR 1 Antaŭ ol Movi, L(i) rajtas diri al la lasta Movinto, L(i-1), : „Mi faras jenan (validan) Movon, sciante ke ĝi estas cel-kontraŭa“. Tion dirinte tiu pagas al L(i-1), la kaŭzinto de lia (de L(i)) nuna minaca pozicio, 1 poenton.

Kaj tio finas la Ludon. (Tio povas okazi, se L(i) tute ne plu vidas taŭgan Movon, kaj per tiu diro volas minimumigi sian ne-eviteblan malavantaĝon.)

ckR 2 : Anstataŭ Movi, L(i+1) rajtas diri al L(i) „Via lasta Movo estas cel-kontraŭa“

ckR 3 : Al tiu eldiro L(i) povas respondi : „Jes, vi pravas.“ kaj pagi 2 poentojn al L(i+1). (En sia malcerteco pri la vero, nun L(i) volas minimumigi la malavantaĝon, eĉ pagante 2 poentojn. La postaj Reguloj montras ke sen tio la sekvoj por li povas esti multe pli severaj.) Ankaŭ tio finas la Ludon.

ckR 4 : Sed L(i) povas respondi ankaŭ : „Vi malpravas. Mia movo estis cel-konforma, kaj tion mi vetas por n (n>2) poentoj.“ (Se mi perdos la veton, mi pagos n poentojn). Tiu dialogo ne finas la Ludon, sed jes la Movan parton de ĝi kaj komencas la „**Vet-Defian.Parton**“ de la Ludo. Ties reguloj nomiĝu **VDP i**

VDP 1 : L(i+1) povas reagi, dirante : „Mi rezignas, jen 3 poentoj por vi.“

Sed ankaŭ tiu povas reagi per la diro „Mi scias ke mia Movo estis cel-konforma kaj tion mi defi-vetas por v poentoj.“ (v devas > n)

VDP 2 : L(i) nun havas tri eblojn, reagi : a: aŭ rezigni, pagante n poentojn.

b: aŭ postuli ke L(i+1) montru sian pravon c: aŭ plu defi-vetante per vet-oferto > v.

VDP 3 : Se a : la Ludo finiĝas. Se b : vidu poste. Se c: L(i+1) havas 2 reag-eblojn.

Nun L(i) kaj L(i+1) povas daŭrigi defi-veti inter si per ĉiam pli altaj vet-sumoj. Eble taŭgus, limigi tiun inter-vetadon al trifoja tien-reen.o. La finon de tio devas fari L(i+1) :

Aŭ L(i+1) rezignas kaj pagas al L(i) ties lastan vetsumon, tiel finante la Ludon.

Aŭ li „deponas“ la lastan vetsumon de L(i), U poentojn, postulante ke L(i) montru sian pravon, ke lia lasta Movo estas cel-konforma.

VDP 4 : En tiu lasta kazo la Lud-estraro demandas cikle al ĉiu cetera Ludanto, ĉu ankaŭ tiu volas deponi la saman vetsumon, tiel same vetante kontraŭ L(i).

Supozu ke s Ludantoj el la ceteraj tiel decidis fari, tiukaze kuŝas deponitaj (s+2) sumoj U

Tiam, kaj nur en tiu kazo, sekvas la M o n t r a d o aŭ de la pravo de L(i), ke ties lasta Movo estas cel-konforma, aŭ de ties malpravo.

VDP 5 : L(i) provas montri sian pravon, simple per tio, ke li sukcesas trovi ferm- Movo(j)n al sia lasta Movo. Se li ne trovas (eventuale interne de vasta tempo-limo), li perdos kaj devas pagi al ĉiu

cetera el la (s+1) Ludantoj po U poentojn. Sed se jes, se L(i) montras, kontrolate de ĉiuj Ludantoj kaj precipe de la Lud-estraro, fm ferm-vojojn, li gajnas la veton. Kaj eĉ, jen lia granda ŝanco,

ĉiu el la ceteraj (s+1) Ludantoj pagas al li (fm * U) poentojn !

R i m a r k o j : La kontrolado kaj numerado de la eventualaj ferm-Vojoj povas esti vere malfacilaj, aparte se kunrolas Lud-Rando. La Lud-estraro havas tiukaze precizan kaj ne facilan kontrol-taskon.

Tiuj Lud-Reguloj estas sufiĉe komplikaj. Tiuj Defi-Vet-Reguloj tre similas la regulojn ĉe la deponado de vet-mono kiel ekz. ĉe la konata ludo „POKERO“.

V

2-ELO (Duelo)

Do t = 2. Pluro el la traktitaj Lud-Reguloj validas ankaŭ ĉikaze; sed ne ĉiuj tiuj validas. Estu 8 aŭ 16 Ludoj. Se $K(1)=A$ kaj $K(2)=B$, la vicoj de la sinsekvaj Ludoj estu AB BA BA AB AB BA BA AB kaj event. AB BA BA AB AB,...ktp.

Se B faras la ferm-Movon, ambaŭ faris same multajn movojn. Tiukaze A pagas unu poenton al B. Sed se A faras la ferm-movon, B faris unu movon malpli. Por restarigi ekvilibron, B rajtas *anstataŭi* la ferm-Movon de A per ferm-Vojo(j)

Se B ne trovas ferm-Vojon, alian ol tiu lasta ferm-movo, tiu pagas 1 poenton al A.

Sed se B trovas fv ferm-vojojn, aliajn ol la ferm-Movo de A, tiu devas pagi fv poentojn. al B. Kaj vere, fm povas esti surprize granda. Tial A, antaŭ ol fari ferm-movon, nepre bone rigardas kaj atentis : Li mem ja povas taksu, ĉu la ferm-movo kiu al li eblus, estas simple anstaŭebla per multaj ferm-vojoj. Se jes, A, se eble, elektos ne-ferm-movon, eble movon post kiu B havos similan problemon.

Movo kiu estas (eble) cel-kontraŭa, kaŭzas similajn Lud-Regulojn kiel jam traktitajn, sed plurilate iom pli simplajn.

$t=2$, sed ankaŭ $t=3$ kaj $t=4$ malebligas la situacion de GeR 3 sur paĝo 8, ĉar m estas minimume = 4. . (Sed pot t kiuj estas ne klare pli ol 4, tiu situacio ne tre verŝajnas)

VI **B a n k o ;** Ĝi ne permesas ŝuldojn (ne donas krediton).

Ludanto kun nuna posedo de 0 poentoj, rajtas plu-ludi.

Ludanto kun „negativa posedo“ ne rajtas plu-ludi dum la tuta cetera Rondo.

Eventuale pluaj Lud-Reguloj:

Dum-Lud-a parolado : En ĉiu serioza Ludo dumLuda parolado estas tabua.

Mi demandas min, ĉu la permeso de parolado en tiu ĉi GEO-LUDO ne povus esti interesa, ĉe ekzemple jenaj Reguloj :

Parolado de iu Ludanto-ne-vicanto permesatas se :

- 1) La parolado estas publika kaj klara. (Do ne kaŝa flustrado)
- 2) koncernas la Ludon mem.

3) estas de ĉiu cetera Ludanto defi-vet-atakebla, kio signifas ke alia Ludanto rajtas reagi per „Via ĵus farita aserto estas ne vera“. Tiam inter la parolinto kaj la reaginto devvas okazi simila duelo kiel spriskribiĝis en la regularo VDP sur paĝo 9.

Tempo-limigo : Ludo, ekz. kun 12 Ludantoj povas esti longdaŭra, mi taksas.

Tiukaze eble bonvenus fiksa daŭro-limo por ĉiu movo (ekz. 5 minutoj?) kaj fiksa daŭro-limo por trovi-kaj-montri novan ferm-Vojon (ekz. 2 minutoj?).

VII A k o m p a n o k a j k o m e n t a r o m a t e m a t i k a j

§ 1 : M o v o j k a j g e o m e t r i o (Fo signifas Formulon).

Laŭ la teoremo de PITAGORO

Fo 1 la longo de Vektoro $V(x;y) = \text{Rad}(x^2+y^2)$.

Fo 2 La Movo kun Vektoro $V(x;y)$ ekde punkto $P(a;b)$ rezultigas la punkton $Q(a+x ; b+y)$.

Fo 3 Tiel same .Movo kun vektoro V post Movo kun vektoro $W(a;b)$ rezultigas la Movon kies Vektoro estas la sumo de la Vektoroj V kaj $W = \text{Vektoro}(a+x ; b+y)$

Fo 4 $V(x;y) + V(x;y) + V(x;y) = 3*V(x;y) = W(3*x ; 3*y)$, ktp.

Fo 5 La sumo de la Movo-Vektoroj de **Geo-Vojo** estas = la Nul-Vektoro $V(0;0)$.

La interna gono inter najbaraj Movoj kun la Movo-vektoroj $V(a;b)$ kaj $W(x;y)$, malpliigita per 90° estas samkaze negativa, nul aŭ pozitiva kun $a*x + b*y$.

La k o n t r o l o , ĉu Movo estas valida(regul-konforma) eblas :

a) Ofte per nura rigardado

b) Pli ofte per la geometriiloj skalo (cirkililo) kaj ortilo.

c) Ĉiam per la formuloj Fo 6 $x^2+y^2 < 25$ (kaj por la ek- kaj ferm-movoj $x^2+y^2 = 25$)

Fo 7 $a*x + b*y \geq 0$

La longo de $V(4;3) = \text{Rad}(4^2+3^2) = \text{Rad}(25) =$ precize 5.

Kompreneble tiun longon 5 havas ankaŭ ĉiuj Vektoroj de la sama „vektor-familio“, la 8-opo $V(+4;+3)$ $(+3;+4)$ $(-4;+3)$ $(+3;-4)$ $(+3;-4)$ $(-4;+3)$ $(-4;-3)$ $(-3;-4)$ kaj de la 4-opo-vektor-familioj $(5;0)$:

La vektor-familio de $V(x;x)$ estas ankaŭ nur 4-opo.

La ĝeneralaj Movo-Vektoroj do povas aparteni nur al la Vektor-familioj :

$(1;0)$ $(2;0)$ $(3;0)$ $(4;0)$ $(1;1)$ $(2;1)$ $(3;1)$ $(4;1)$ $(2;2)$ $(3;2)$ $(4;2)$ $(3;3)$,

tiuj de la ek-Movo kaj ferm-Movo aldone la familioj $(5;0)$ kaj $(4;3)$.

Ekzistas 68 Movo-Vektoroj. Ĝenerale ĉiu Movo havas la elekton inter $68 / 4 = 17$ fin-punktoj. Sed la unua punkto post O, do A, havas elekton el 20.

La Vektoroj $(1;0)$ $(2;0)$ $(3;0)$ $(4;0)$ (kaj eventuale $(5;0)$) havas la saman direkton Tiuj Vektoroj kaj la Vektoroj $(4;1)$ $(3;1)$ $(2;1)$ -kaj- $(4;2)$ $(3;2)$ $(1;1)$ -kaj- $(2;2)$ -kaj $(3;3)$ havas direktojn, dekstren-supren-ajn, laŭ kreskantaj „krutecoj“. La Vektoroj, ligitaj per -kaj- havas la saman krutecon, do la saman direkton.

D i f i n o : Du paralelaj vektoroj povas esti sam-direkte - aŭ kontraŭ-direkte paralelaj. (Ĉiuj tiuj eldiroj estas pruveblaj. relative simple. Eble kelkaj legantoj ŝatus tion fari.)

§ 2 L i m - R a n d o k a j G e o m e t r i o

La Movo-Vektoroj $(4;1)$, $(3;1)$, $(4;2)$, $(3;2)$, $(3;3)$, $(2;3)$, $(2;4)$, $(1;3)$, $(1;4)$, $(0;4)$

havas kreskantajn „krutecojn“. Ĉiu el ili ekestas, per iometa revoluo maldekstren de la antaŭa. Krome ĝuste tiuj Vektoroj estas maksimume longaj. Ekz. $V(2;1)$ kaj $V(4;2)$ havas la saman direkton, sed $V(4;2)$ estas la pli longa. Pro ĉio tio la vico de tiuj Movoj ekde O estas la plej eble vasta. Neniu ek-Vojo povas pasi tiun Movo-vicon kaze ke ĉiu el tiuj Movoj estas suprenaj, do havas pozitivan y. Tial tiu Movo-vico kiu estas konsiderebla Rando, estas taŭge nomebla ankaŭ LIM-RANDO.

La sekvonta paĝo montras supervidon de la Movo-vicoj kaj vertico-vicoj de la LIM-RANDO aŭ maksimuma 40-gono kaj de la minimuma 40-gono.

Kioma Movo	Eblaj faktoroj	Movo-Vektoro	Finpunktoj de la 40-gonoj.	
			<u>minimuma</u>	<u>maksimuma</u>
1	(0,1)	$V(+4;+1)$	$P(+4;+1)$	$Q(+4;+1)$
2	(0,1)	$V(+3;+1)$	(+7;+2)	(+7;+2)
3	(0,1,2)	$V(+2;+1)$	(+9;+3)	(+11;+4)
4	(0,1)	$V(+3;+2)$	(+12;+5)	(+14;+6)
5	(0,1,2,3)	$V(+1;+1)$	(+13;+6)	(+17;+9)
6	(0,1)	$V(+2;+3)$	(+15;+9)	(+19;+12)
7	(β ,1,2)	$V(+1;+2)$	(+16;+11)	(+21;+16)
8	(0,1)	$V(+1;+3)$	(+17;+14)	(+22;+19)
9	(β .1)	$V(+1;+4)$	(+18;+18)	(+23;+23)
10	(0,1,2,3,4)	$V(0;+1)$	(+18;+19)	(+23;+27)
11	(0,1)	$V(-1;+4)$		
12	(0,1)	$V(-1;+3)$		
13	(0,1,2)	$V(-1;+2)$		
14	(0,1)	$V(-2;+3)$		
15	(0,1,2,3)	$V(-1;+1)$		
16	(0,1)	$V(-3;+2)$		
17	(0,1,2)	$V(-2;+1)$		
18	(0,1)	$V(-3;+1)$		
19	(0,1)	$V(-4;+1)$	(0;+37)	(0;+50)
20	(0,1,2,3,4)	$V(-1;0)$	(-4;+37)	(-4;+50)
21	(0,1)	$V(-4;-1)$	(-8;+36)	(-8;+49)
29	(0,1)	$V(-1;-4)$	(-23;+19)	(-27;+27)
30	(0,1,2,3,4)	$V(-4;0)$	(-23;+18)	(-27;+23)
31	(0,1)	$V(+1;-4)$	(-22;+14)	(-26;+19)
39	(0,1)	$V(+4;-1)$	(-4; 0)	K (-4; 0)
(0) 40	(0,1,2,3,4)	$V(+1; 0)$	(0 ; 0)	O (0 ; 0)

La dua kolono maldekstre montras la eblajn Movo-vektor-faktorojn. (0, 1, 2, 3, 4) signifas „0 aŭ 1 aŭ 2 aŭ 3 aŭ 4“, ktp. Do 5 ebloj !

Tiu ĉi tabelo de la LIM-RANDO ne estas kompleta. Ĝi havas la Centron (-2;+25) kaj la rektojn $y=25$ kaj $x=-2$ kiel simetri-aksojn. El ĝi deriveblas ceteraj elementoj de ĝi. Ekz. Se la (n-a) Movo = $M(n) = (x;y)$, do $M(10-n) = (y;x)$; $M(10+n) = (-y;+x)$; $M(20+n) = (-x;-y)$; $M(40-n) = (+x;-y)$.

O(0;0) kaj K(-4;0) estas la verticoj plej malsupraj, (0;50) kaj (-4;50) plej supraj, la plej dekstraj estas (23;23) kaj (23;27) kaj la plej maldekstraj estas (-27;+27) kaj (-27;+23). Ekzistas 40 Movo-direktoj kaj 68 Movo-Vektoroj. Ja pluraj Movodirektoj havas nur unusolan longon, sed aliaj havas pli da longoj, ĝis 4 diversaj longoj; ĉiam aparte de 0, kiu faktoro-eblo ne forgesendas. Tiu LIM-RANDO povas servi ankaŭ kiel L U D-R A N D O, kiun do neniu Movo rajtas transpasi.

§ 3 : C e t e r a j L u d-R a n d o j :

Paĝo 21 montras la L i m-R a n d o n kaj ceterajn L u d-R a n d o j n. minimuman 40-gonon, ankaŭ kun la verticoj

plej malsupraj O(0;0) kaj K(-4;0), kiies ceterajn movojn oni akiras, aplikante ĉiufoje la faktoron 1. La verticoj plej supraj estas (0;+37) kaj (-4;+37).

La plej dekstraj verticoj estas (16;18) kaj (18;19) kaj la plej maldekstraj (-23;+19) kaj (-23;+18).

Kaj la sama paĝo montras la trian, eblan Lud-Randon, nome la plej vastan, sam-gonan (135°) 8-gonon.

Ĉiu el tiuj Lud-Randoj havas jenajn ecojn komunaj :

a: Ĉiu estas Geo-Vojo.

b: La subaj verticoj estas O(0;0) kaj K(-4;0)

c: La rekto $x = -2$ estas simetri-akso

ĉ: sur ĝi estas krome simetri-centro.

Eventuale mem elekttebla Lud-Rando devas havi tiujn samajn ecojn. Kaj krome :

d: m., la nombro da la verticoj, devas esti almenaŭ t, la nombro da Ludantoj de tiu Ludo.

e: La Lud-Rando havas minimume t^2 ret-punktojn.

f: Ĝi devas komplete enhavi eventuale jam faritajn Movojn.

§ 4 : P r i G e o-V o j o j :

Geo-Vojo havas m Movojn. K i o m p o v a s e s t i m ?

Ekstera gono prezentas la „kurso-ŝanĝiĝon“ inter du sinsekvaj Movoj. La sumo de la m eksteraj gonoj estas kompreneble plengono = 360° . Tia eksterna gono estas maksimume 90° , do m devas esti minimume 4. Tiukaze ĉiu gono de tia

Geo-4-gono estas orta (90°), do la Geo-vojo kun minimuma $m=4$ estas „4-orto“, kiu ĝenerale ne estas, sed povas esti ankaŭ kvadrato.

Jam traktiĝis, ke la maksimuma $m = 40$, ĉar ja entute ekzistas (nur)

40 Movo-Vektor-direktoj. Ĉu ĉiu numero m ekde $m=4$ ĝiskun $m=40$ povas esti m de Geo-vojo(j)?

Kiom da **4-movaj Geo-Vojoj** ekzistas? La solvado ne postulas profundan pens-vojon, sed jes zorgan, ekzaktan traktadon. Mi trovis la al mi strangan respondon :39, kiuj do estas ĉiuj **4-o r t o j**. El ili 17 estas **k v a d r a t o j**.

Ekzistas kiom da mem elektteblaj Lud-Randoj, do Geo-Vojoj tra O kaj K, kun $x=2$ kiel simetri-akso kaj kun alia simetri-akso kiu paralelas la Y-akson?

Pli malfacila demando. Mi notas ne ties rezonon sed nur ties kalkul-vojon :
 $(2*2*3*2)^2 * 4* 5 - 2*2*3*2 = 24^2 * 20 - 24 = 24 * (480 - 1) = \underline{11\ 496}$

Kiom da Geo-Movoj ekzistas entute ? Kaj kiom da Geo-Vojoj?

Jen du simpl(e formulebl)aj demandoj, kiujn mi ĝis nun neniel sukcesis solvi, aŭ eĉ nur trovi rekuran funkcion (kaj do kalkulvojon). Jes mi sukcesis trovi suban kaj supran barojn, sed nur krudajn. Ĉu vi, leganto, trovas la ekzaktajn rezultojn? Mi vere scivolus pri ili (respondo k rezono)

Min mirigas, ke povas tiel granda respondo al finia, kvanta demando pri Ludo kies reguloj enhavas nur unu numeran maksimumon, nome la etan numeron 5

§ 5 : GEO-Vojoj kaj la L i m – R a n d o.

La L i m – R a n d o estas elektebla kiel L u d – R a n d o, sed tiu havas ankaŭ per si mem teorian signifon. Ĝi povas grave helpi ĉe la demando ĉu (valida) Movo estas cel-konforma aŭ -kontraŭa.

Ankaŭ pro tio povus interesi, iom kalkuli pri tiu L i m – R a n d o, vasta 40-Gono kiu estas ne plene, sed preskaŭ plene, regula. Ekz. kiom estas ties Areo? Pruveble estas ke ĉiu plurgono kun ĉiu vertico sur retpunkto, havas Areon de numero, oble $\frac{1}{2}$ (kion la leganto supozeble sukcesus montri ne tro pene). Nu, tiu tuta figuro dispartigeblas laŭ 40 simetrieaj trigonoj kun po unu vertico en la simetri-centro de tiu 40-Gono. Kaj da tiaj trigonoj estas nur 5 specoj. Mi trovis Areon de 1954 cm².

La Lim-Rando estas preskaŭ cirklo, kies radiuso estas iom pli ol la distanco de la centro M al la X-akso, do 25 cm., kaj kies Areo do „pi“ * 25² cm² = proksimume 1963 cm² = 0,5 % pli ol la efektiva Areo de la Lim-Rando. Tiu Lim-Rando do tre proksimas cirklorandon kun radiuso de 25 cm. Tio esprimeblas ankaŭ jene :

„ La Geo-Vojo de la Lim-Rando daŭre „kurbiĝas“ maldekstren kun „kurbiĝo-radiuso“ de ĉirkaŭ .25 cm „

Nun imagu Ludantaron kiu estas movanta ek-Vojon. Iu Ludanto faras Movon validan, (ekz. ne tre proksime de O), pri kiu kaj tiu mem kaj ties sekvonto demandas sin, ĉu tiu Movo estas cel-konforma aŭ cel-kontraŭa.

Tiu demando estas ofte tikla kaj juĝebla nur per multa sperto. Ankaŭ povas helpi pluraj geometriaj Teoremoj en kiuj rolas ankaŭ la Lim-Rando kaj kiuj nomiĝas TeLR(i) Figuroj 1 2 3 povas illustri kelkajn tiajn Teoremojn. Pruvojn ne atendu la legantoj. Pluraj el tiuj Teoremoj estas rezoneblaj konvinke per la figuro kaj geometria intuo. Aliaj Teoremoj estas pruveblaj nur pene kaj pere de longetaj, nefacilaj pruvovojoj. Kaj ĉar temas pri klarigo de Ludo kaj ne matematika temo, ne utilis tiu ĉi peno.

Sed la rezonado kaj eĉ pli rigora pruvado de pluraj tiuj Teoremoj estas farebla ne tro malfacile. Provi pravi aŭ almenaŭ prirezoni tiujn, povus esti plaĉa defio por matematike interesiĝantaj legantoj.

D i f i n o j : La Lim-Rando(LRO) estas mem GEO-VOJO, nome la plej ampleksa. Ĉiu el ties 40 eĝoj do prezentas Geo-Movon (do Movon validan kaj cel-konforman).

La unua aŭ dekstra duono konsistas el supren irantaj Movoj (kun pozitiva y) kaj la Movo $(-4;0)$ kaj la dua aŭ maldekstra duono konsistas el malsupren irantaj Movoj (kun negativa y) kaj la lasta Movo $(+4;0)$.

La figuro, kiu rezultas el paralel-ŝovo de la LRo je 1 cm maldekstren, signiĝu LR- kun la prononco „Lim-Rando ŝovetita“. Ankaŭ tiu havas la similajn duonojn.

TeLR(1) : Neniu Geo-Vojo povas transpasi la dekstran duonon de la LRo, sed jes ties maldekstran duonon kaj ankaŭ tiun de la LR- ..

TeLR(2) : Ĉiu valida Movo sur la LRo kaj sur la LR- (de unu al alia Rand-Ret-punkto), estas cel-konforma. (Atentu ke Movo VO, kun longo 5 cm, tamen estas GEO-Movo)

TeLR(3) : Sed ĉiu Movo, situanta (parte) ekster la LR- kampo, kontraŭ-celas.

TeLR(4) : Same ĉiu Movo ekde retpunkto de LR- iranta internen.

TeLR(5) : Valida Movo kies plilongigo tranĉas la X-akson en O aŭ dekstre de O, estas cel-kontraŭa. Se maldekstre de O, la Movo povas esti ambaŭ.

Ĉion tion ilustru figuro 6 sur p 23.. .La 6-Gono OPABĈO estas GEO-Vojo. Ja ĉiu Movolongo < 5 cm kaj ĉiu interna gono estas Geo-Gono.

(Notu ke la anstataŭigo de A per A' same rezultigus GEO-Vojon. La longo de OA' estas 5 cm, sed ĉar tiu estas la unua Movo, tio plenumas la Mov-regulojn)

Desegnita estas ankaŭ la 11-Mova GEO-Vojo OABCDEFGHJKO. Nur Gono EFG estas ne tuj videble GEO-Gono. Sed la kontrolo kun la koordinatoj de ambaŭ Movo(vektor)oj EF $(-4;-2)$ kaj FG $(+1;-4)$: $-4*+1 + -2*-4 = -4 + +8 = +4$ konfirmas tion laŭnombre..

La streko-vico G' Ĝ G H J K O estas la lasta 8-ono de la L i m-R a n d o..

La supre menciitaj GEO-Vojoj kaj la Lim-Randa Ferm-Vojo havas la verticojn J, K kaj O komunaj.

La .11-Mova GEO-Vojo ekzemplas ke GEO-Vojo, post forlaso de la Lim-Rando, povas denove atingi ĝin, sed nur la maldekstran duonon de ĝi.

Observu la ruĝan streko-vicon E Ĝ Ĝ G W. Ĉiu streko el ĝi prezentas Movon validan. Sed ankaŭ cel-kontraŭan !

Nun observu la Movon ST (la Movon irantan de S al T). Ties plilongigo tranĉas la X-akson en $(-8;0)$, maldekstre de O. Laŭ TeLR(5) ĝi povus esti cel-konforma. La demando estas, ĉu la pluriranta Vojo kun minimuma kurbiĝo kurbiĝas sufiĉe malmulte, ke ties kampo entenu O. Nu, por tio oni serĉu la sam-direktan eĝon (Movon) de la Lim-Rando. Ĉikaze estas Movo G'Ĝ. Ekde la finaĵo T de la koncerna lasta Movo ST oni daŭrigu la Vojon kiu samdirektas kun la komenco de la Ferm-Vojo ekde Ĝ Laŭ alia formuado : Oni ŝovu la Lim-Randan Ferm-Vojon Ĝ G H J K O al T. La rezulto estas la verda, streketita strekovico kies finpunkto estas O' - situanta supre de O. Klaras ke O situas e k s t e r ties kampo. Tio rezultigas al la certo, ke la Movo ST, kiu povas esti nepre Movo valida, estas cel-kontraŭa. Kaj pruveblas, ke ĝenerale tio estas la kazo kun valida Movo ST, se T situas supre de la finpunkto de la Lim-Randa eĝo kiu sam-direktas kun ST.

La ĵus priskribita operacio de la paralel-ŝovado de Lim-Randa Ferm-Vojo al la finpunkto de observata Movo mi nomu „per-Lim-Randa O-komparo“. Se ĉe tia komparo O ne situas en tiu kompara kampo, la observata Movo ST estas certe cel-kontraŭa. Se jes, tiu Movo povas (sed NE devas) esti cel-konforma.

El tia „per-Lim-Randa-O-komparo“ konkludeblas kelkaj pluaj ĝeneraligeblaj Teoremoj pri la LRo, LR- kaj validaj Movoj cel-konformaj aŭ –kontraŭaj. Mi provas ĉion traktitan resumi per jenaj **T e L R e s u m o j** :

0) La juĝo, ĉu iu valida Movo estas cel-konforma aŭ ne, ofte estas malfacila. Ekz. : Kiu „vidas“ tuj, ke Movoj ST kaj FĜ estas ne- , kaj Movo PQ kaj FG estas jes cel-konformaj?

1) La LR (Lim-Rando) mem estas GEO-Vojo do ĉiu ties eĝo prezentas GEO-Movon.

2) Same ĉiu eĝo de la LR- ..

3) Ĉiu valida Movo ekde retpunkto de la LR-, kiu ne sekvas la LR- an Randon, estas cel-kontraŭa.

4) Ĉiu valida Movo supren-ira (kies Vektoro noteblas per pozitiva y), estas cel-konforma.

5) Ĉiu valida Movo, kies plilongigo tranĉas la X-akson en- aŭ dekstre de O, estas cel-kontraŭa.

6) Ĉiu valida Movo interne de la LR, kies finpunkto situas supre de la finpunkto de la koncerna, sam-direkta LR-eĝo, estas cel-kontraŭa.

Tiuj kelkaj ĝeneralaj Teoremoj pri jes/ne-cel-konformeco de validaj Movoj tute ne traktas ĉiujn eblojn de validaj Movoj. En ne traktita kazo de valida Movo oni apliku la

„Per-Lim-Rando-O-Komparon“ kiu traktiĝis pli supre en tiu ĉi paĝo.

Ankaŭ tiuj ĉi teoremoj, kaj certe ties rezonoj, supozeble estas malfacile digesteblaj al plej multaj legantoj **Sed fakte tio apenaŭ gravas por la GEO-Ludo mem.** Ja Lud-reguloj ne traktas la realan cel-konformecon de validaj Movoj, sed ties Ludanto-juĝojn. Eventuala postulo, montri la cel-konformon de valida Movo, trafas tiun kiu deklaras validan Movon cel-konforma. Tiu devas tion montri tiukaze, per trovado de Ferm-Vojoj.

La tuta § 5 do antaŭsupozas ke la Lim-Rando estas **NE Lud-Rando!**

§ 6: Ekzemploj de Lud-Randoj kaj la Movado en ili

Figuro 4 sur p 22 montras la Lud-Randon de la sam-Gona (135°), maksimuma 8-gono kaj figuro 5. sur la sama paĝo la Lud-Randon kiu estas 10-Gono kun 8 eĝoj kiuj longas po $\text{Rad}(17) = 4,123\dots$ cm kaj du eĝoj de precize po 4 cm.

Ĝenerale Lud-Rando mem, (ties eĝo-vico), estas GEO-Vojo.

La 8-Gona Lim-Rando havas la verdan 5-Gonon OABCDO kiel GEO-Vojon. Sed ankaŭ kune kun Ĉ kaj/aŭ K aperus GEO-vojoj. La ruĝaj Vojoj estas Vojoj evitindaj. Sed $A\hat{C}$ estas regul-konforma (ja Gono $OAC\hat{C} > 90^\circ$), do valida, sed cel-kontraŭa, ĝi faras kun la plu-iranta Movo akutan internan Gonon, kaj tial ne permesas Ferm-Vojon. La alia ruĝa Movo, CO, estas regul-kontraŭa (do malvalida) ĉar ĝi faras kun Movo OA akutan internan Gonon kaj tiel pekas kontraŭ la Mov-reguloj. Necesas distingi Movon malvalidan, kiu ja devas anstataŭiĝi per valida Movo, kaj Movon validan sed cel-kontraŭan, kiu povos fini la Movon parton de Ludo, nome se la tuj posta Ludanto vokos (prave) „Via Movo cel-kontraŭas“.

La alia Lud-Rando de tiu paĝo montras la GEO-Vojon verdan OABCDEO. Eblas multaj ceteraj GEO-Vojoj en tiu Lud-Rando, i.a. la 4-Gonan GEO-Vojon, kiu povas esti nur „4-Orto“, $O\hat{C}CN$. Enestas tri Movoj evitindaj (ruĝkoloraj), nome CF, CH kaj CK. Movo CF post lavalidaj Movoj OA, AB, AC estas mem valida. Ja Gono BCF estas GEO-Gono (ne-akuta), sed ĝi ne permesas Ferm-Vojon, ĉar Gono CFK estas akuta. Movo CF estas do valida sed cel-kontraŭa.

Movo CH jam estas mem malvalida en la plur-gono OABCHO ĉar gono BCH estas akuta.

Kaj fine Movo CK estas (duoble) malvalida, ĉar ĝi faras gonojn akutajn (kvankam preskaŭ 90°) kaj kun Movo BC kaj kun Movo KO.

(Ĝenerale do la valideco de Movoj orientiĝas al antaŭaj Movoj kaj la cel-konformeco al la estonto, al la demando pri la eblo de postaj Ferm-Vojoj).

§ 7: Analizo de ebla GEO-VOJO.

Sur paĝo 23 , fig. 6 , 7 .. estas dekstre la skizo de pluraj Ek-Movoj, Ferm-Movoj kaj Inter-Movoj. Vicante ilin, oni povas akiri plenajn Vojojn, sed oni atentu, kaj ekzercu, kolekti ĉiujn plenajn Vojojn kiuj estas ne GEO-Vojoj (ĉar ili entenas unu- aŭ pli da malvalidaj aŭ cel-kontraŭaj Movoj) aŭ jes GEO-Vojoj. La Movoj ekde – aŭ al O, OP, OQ, B'O, C'O, ĈO kaj VO havas ĉiuj la longon 5. Se tiuj Movoj estas Ek- aŭ –ferm-Movoj, kaj do validaj. La plena Vojo OPQB'C'ĈO estas (unu el pluraj) NE-GEO-Vojoj, plur-kiale ! La Vojo OPABCĈO estas GEO-Vojo 6-Mova, do kun $m=6$. Al tiu GEO-Vojo la cetera § koncentriĝos. Maldekstre sur la sama paĝo vi vidas skizon de la maldekstra parto de tiu GEO-Vojo, la parto maldekstre de O kaj B'. Ties longoj desegniĝis per grandeco de 2,5 cm anstataŭ de 1 cm da longo, por povi rigardi, observi ĝin, kaj en ĝi numeri, pli klare.

OP	PA	AB	BC	CĈ	ĈO	havas la Movu-rangojn
m(1)	m(2)	m(3)	m(4)	m(5)	m(6)	
L(1)	L(2)	L(1)	L(2)	L(1)	L(2)	
L(1)	L(2)	L(3)	L(1)	L(2)	L(3)	
L(1)	L(2)	L(3)	L(4)	L(5)	L(6)	
		s a m e				restas L(7)
		s a m e				L(7) kaj L(8)

Jen, mi imagas ke ĝuste tiun GEO-Vojon produktas Ludantaro kun 2, 3, 6, 7 aŭ 8 Ludantoj. Kion diktas en tiuj diversaj kazoj la Lud-Reguloj pri la inter-pagado?

t=2 : 2 Ludantoj, L(1) kaj L(2). **f=3**; Ambaŭ movis po 3 fojojn. L(2) faris la ferm-Movon, kaj tial ricevas de L(1) 1 poenton, laŭ la reguloj de V (paĝo 10)..... Sed eble L(2) pretas riski, ne fermante, sed farante la Movon de Ĉ al la najbara retpunkto, rekte suben, retpunkto (-4;+2). Tiam L(1) povos fari la ferm-Movon kaj tiel de L(2) ricevus unue 1 poenton. Sed tiukaze L(2) havas la rajton, serĉi anstataŭajn ferm-Vojojn, kaj vere, tiuj estas frape multaj, ĉirkaŭ 10. Sed sperta Ludanto L(1) rimarkus la falilon kiun L(2) pretigis. Tiukaze L(1) ne ferm-movas, sed movas nur al H. Tiam L(2) povas fari la ferm-Movon kaj do L(1) ankaŭ perdis,...sed nur 1 poenton,kaj ne 9.

En la ceteraj kazoj estas ĉiam **m=6**

t=3 : **f=2** ; L(1), L(2) kaj L(3) movis same ofte, nome ĉiuj po 2 fojojn. **f=2**.

Laŭ **GeR 2** sur paĝo 8 L(3) ricevas de la Banko 2 poentojn Tio estas la nura pago.

t=6=m : **f=1**; Laŭ GeR 3 ankaŭ ĉikaze la lasta, L(6), ricevus de la Banko 2 poentojn.

t=7 : Nun la ferm-Movo ĈO estus vere malprudenta. Post kiam L(6) ricevas de la unuaj 5 Ludantoj po 1 poenton, tiu devas pagi al L(7), kiu ja tute ne movis, tiom da poentoj, kiom L(7) povos trovi da anstataŭaj ferm-Vojojn.(Vidu la plivastigitan figuron maldekstre. Mi trovis 22 ferm-Movojn(..kun ne plena certo). Pli prudenta estus la Movo ĈD. Tiam L(7) eĉ ne trovus ekde D ferm-Movon..

t=8 aŭ pli : Unue L(6) ricevas de la 5 unuaj Ludantoj po unu poenton: Poste tiu pagas po 2 poentojn al L(7) kaj L(8) ; entute do L(6) per tio enspezas $5 - 2*2 = +1$ poenton.

.....Sed poste L(7) kaj L(8) komencas inter si Ludon, L(7) ekde de Movoj antaŭ O, do ekde punkto C. Kaj L(6) devos pagi ĉiujn pagojn kiuj inter L(7), L(8) kaj la Banko necesus fine de tiu Ludo laŭ ĉiuj Lud-reguloj. Kaj ankaŭ tiuj pagoj povas esti sufiĉe altaj. FermMovoj kun $m < t$ estas ĉiam riska

§ 8 : Malfacila juĝo pri la cel-konformo de fora Movoj

Mi, konstatante ke la ek-Vojoj atingis malproksimen de O, faras la Movon de $(-23;+24)$ al $(-23;+23)$, kies Movoj-finaĵo estas 4 cm precize dekstre de la finĵo de la samdirekta vertikala Lim-Randa eĝo de $(-27;+27)$ al $(-27;+23)$.

Sciante (pro sperto, pro antaŭa esplorado) ke tiu Movoj estas kaj valida kaj cel-konforma, do GEO-Movoj, mi esperas, ke mia sekva Ludanto emas riski la vokon

“Vi faris Movojn cel-kontraŭan“, ĉar tiu Movoj havas (supraĵe) ian ŝajnon de cel-kontraŭo. Kaj fakte tiel okazas. Mia sekva Ludanto alvokas sian pretendon ke tiu lasta mia Movoj estis cel-kontraŭa. Nun komenciĝas la vet-defiado inter ni. Estante certa ke mi konas almenaŭ unu ferm-Vojon, mi provas tenti mian sekvan Ludanton al kiom eble plej alta defi-sumo.

K O N K L U D O de tiu ĉi-ĉapitro pri Akompana Matematiko

Ĝi ne nepre necesas. Ĉiu necesa scio (kaj kompreno) por lerni bone Ludi (strategie) akireblas ankaŭ per multa Lud-spertado, serĉado, esplorado, provado. Sed tiel daŭras longe, dum kiam matematikistoj havas gravajn avantaĝojn. Mi esperis, ke per la lastaj 7 paĝoj kaj per la figuroj jam dekomence eblas strategia Ludado sur iom pli alta, matematika nivelo, ankaŭ por ne-matematikistoj.

Kun iom da miro mi konstatis sufiĉe ofte, kiom da (matematikaj) demandoj kvazaŭ trudas sin, kaj kiom tiklaj, eĉ malfacilaj pluraj el ili montras sin (almenaŭ al mi), kaj ofte matematike interesaj kaj defiaj. Mia miro devenas de la fakto, ke la bazo de la Ludo estas plej elementa geometrio, kies fakte la nuraj (limaj) nombroj estas la numero 5 kaj la baza gono la Orto, 90°, do la kvarono de la „plen-gono“ (360°). Tial sekvas ĉi sube ankoraŭ pluraj defi(et)aj matematikaj demandoj (taskoj) kiuj fontas el la Ludo mem. La plejon el ili situas dise tra la antaŭa teksto, kaj parte jam estas traktita kaj respondita de mi tie. Mi provas vicigi la taskojn laŭ kreska, taksita malfacileco :

D e f i a j T a s k o j :

Analizu kaj numeru la GEO-VOJOjn kun $m=4$. Kiom da kvadratoj?.

Analizu kaj numeru tiujn kun $m=5$, kiom da simetriaĵoj?

Kaj kun $m=6$. Kiom ekzistas kun 4, kun 2 simetri-aksoj? Kiom entute?

Analizu kaj numeru ĉiujn sam-gonajn GEO-VOJOjn, ankaŭ laŭ simetri-aksoj.

Same pri sam-eĝaj GEO-VOJOj (do kies ĉiuj Movoj estas same longaj).

Analizu, kaj numeru, ankaŭ laŭ simetri-aksoj, ĉiujn GEO-VOJOjn kun $m=40$.

Kiom da Lud-Randoj ekzistas?

Kiom da GEO-Movoj entute ekzistas?

Kiom da GEO-VOJOj entute ekzistas?

Eblaj Serioj:

Donitaj la punktoj A , W , Z . La Movoj OA ksaj ZO havas la longon ≤ 5 kaj $WZ < 5$.

Ĉu ekzistas GEO-VOJO(j) tra O ; A ; W ; Z ; O ? Se ne, pruvu. Se jes, trovu kaj numeru ĉiujn anstataŭajn Ferm-Vojojn.

Donita la Movo PQ kun donitaj punktoj P kaj Q kaj longo < 5 Esploru ĉu ĝi estas Movo valida, kaj se jes, ĉu valida Movo celkonforma, do GEO-Movo. Kaj se jes, trovu GEO-VOJO(j)n tra P Q kun minimuma m.

Donita inter-GEO-Vojo per la sinsekvaj punktoj P , Q , T , V , W , (ne nepre kun 5 punktoj).

Eble la unuaj x Movoj tra tiuj sinsekvaj punktoj estas GEO-Movoj, kaj ekde tie ne. Analizu!

Se tiu inter-Vojo estas inter-GEO-VOJO, tiam trovu kaj numeru kaj analizu

ĉiujn GEO-VOJOjn tra tiuj donitaj punktoj. Kiu(j) havas minimuman m?

SUPERVIDO de SIGNOJ kaj DIFINOJ.

retpunkto = punkto kies koordinatoj estas etnjeraj nombroj.

Kvadrata reto = reto de egalaj kvadratoj. En tiu ĉi GEO-LUDO ĉiu el ili havas eĝon de 1 cm.

II, paĝo 4 traktas kelkajn plej elementajn **Matematikajojn.**

k estas la nombro da Konkursantoj, kiuj signiĝas : K(1) , K(2) , K(3) , ..K(i) , ..K(k).

Ĝenerale i signas arbitran numeron.

t estas la nombro da Ludantoj de la aktuala Ludo. Ili signiĝas L(1), L(2)...L(i), L(t).

Notu la diferencon inter K(onkursanto) kaj L(udanto), kaj k kaj t. kaj ties interrilatojn sur paĝo 3.

m estas la nombro da Movoj de aktuala Ludo.

Ferm-Movanto de Ludo tiel finas la Movan parton de tiu Ludo. Se tiu en la aktuala Ludo f-foje Movis, tiam ĉiu Ludanto de tiu Ludo Movis f fojojn aŭ (f-1) fojojn. Por la rilatoj inter i, m kaj f, vidu paĝon 8.

fv estas la nombro da anstataŭaj ferm-Vojoj kiuj eblas anstataŭ la ferm-Movo de iu Ludo. Fakte en la Lud-praktiko ne temas pri la teoria (matematika) nombro da eblaj anstataŭaj fern-Vojoj, sed pri la trovita tia nombro..

Vidu fig. 7 kun fv verŝajne > 20 .

KOMENTO pri EKZERCO-FIGURO 8 sur p 24.

La Figuro montras multajn streko-vicojn, parte verdajn, kiuj reprezentas parte GEO-VOJOjn, parte ne, ĉar kelkaj entenas streko(j)n kiu(j) reprezentas ne-validajn Movojn.

Por ĉiuj GEO-VOJOj validas la LIM-RANDO de kiu $G\hat{G}GHJKOP$ estas desegnita parto.

OABCDEFĜHJKO montras konveksan 11-gonon kiu reprezentas GEO-VOJOjn kun $m=11$, do kun 11 Movoj. Ja ĉiuj internaj gonoj estas GEO-gonoj (, nome pli ol 90°

maldekstren), kaj ĉiuj eĝoj (Movoj) estas < 5 cm. La punktoj A' , A'' , A''' , V situas precize 5 cm forde O . Se temas tiukaze pri ek-Movo aŭ ferm-Movo, eblas ke ankaŭ ili apartenas al GEO-VOJO(j)..

„Kiom el la desegnitaj plur-gonoj tra O reprezentas GEO-VOJOn?“ estas certe bona ekzerco.demando kies respondo postulas precizan, sed ne nepre profundan rezonadon.

La tuta Figuro montras ke ekzistas GEO-VOJOj kiuj tuŝas, aŭ eĉ tranĉas la LIM-RANDOn.

Atentu ke V situas ekster la la LIM-RANDO-kampon sed ke ekzistas tamen kelkaj GEO-VOJOj tra V ,.....pro la aldona, do foje komplikiga Regulo, ke ferm-Movo rajtas esti precize 5 cm longa.

La Figuro montras ankaŭ ke ĝenerale la nura ferm-Vojo ekde LIM-RANDa retpunkto povas sekvi la ceteran LUD-RANDOn,....escepte de punkto V kiu ja situas ekster ĝi.

Kia estas la ruĝa $\hat{F}\hat{G}$? \hat{G} i reprezenas validan Movon, sed cel-kontraŭan,...se la LIM-RANDO estas **ne** LUD-RANDO. Sed se jes?

E N H A V O - T A B E L O

	E N K O N D U K O	2
I	K O N K U R S - I R A D O	3
II	M A T E M A T I K A Ĵ O J	4
	Vd poste VII , p 11	
III	L a M O V - R E G U L O J	5
	§ 1 S e n L U D - R A N D O	5
	§ 2 L a L I M - R A N D O	6
	§ 3 L U D - R A N D O J	7
	§ 4 E l e k t o d e l a L U D - R A N D O	
	§ 5 M o v a d o k u n L U D - R A N D O	7
IV	P A G O - R E G U L O J	8
	§ 1 G e o - V o j o	8
	§ 2 Ĉ u l a l a s t a m o v o e s t i s c e l - k o n f o r m a a ŭ - k o n t r a ŭ a ?	9
V	L a 2 - E L O (D U E L O)	10
VI	B a n k o E v e n t u a l e c e t e r a j L u d - R e g u l o j	10
VII	A k o m p a n o k a j K o m e n t a r o M a t e m a t i k a j	11
	§ 1: M o v o j k a j G e o m e t r i o	11
	§ 2 L i m - R a n d o k a j G e o m e t r i o	11
	§ 3: C e t e r a j L u d - R a n d o j	12
	§ 4: P r i G e o - V o j o j	13
	§ 5: G e o - V o j o j k a j l a L i m - R a n d o	14
	§ 6: E k z e m p l o j d e L u d - R a n d o j k a j l a M o v a d o e n i l i .	16
	§ 7: A n a l i z o d e e b l a G e o - V o j o	16

§8: Malfacila juĝo pri la cel-konformo de fora Movo	17
KONKLUDO , Defiaj Taskoj , Eblaj Serioj	18
SUPERVIDO de Signoj kun Difinoj	19
KOMENTO pri figuro8	19
ENHAVO-TABELO	20

Figuroj: 1 2 3 sur p 21 , 4 5 sur p 22 , 6 7 sur p 23 , 8 sur p 24.

La 8 paĝoj de VII kaj II Paĝo 4 traktas la geometrian-matematikan flankon de la GEO-LUDO. Tiu parto ankaŭ enhavas kelkajn matematikajn signojn kun difinoj.

REGULOJ: Mov-R. sen Lud-Rando :	<u>M 0</u>	<u>ĝiskun M 8</u>	III p 5 , p 6.
kun	:	<u>MLR 0</u>	<u>MLR 3</u>
			p 7
Pago-R. Geo :	<u>GeR 1</u>	<u>GeR 4</u>	IV p 8
cel-konformo-R :	<u>ckR 1</u>	<u>ckR 4</u>	<u>s a m e</u>
Vet-Propona Parto :	<u>VDP 1</u>	<u>VDP 5</u>	p 9

Entute **26 Reguloj** el kiuj la duono estas Mov-Reguloj,....sur ĉirkaŭ 5 paĝoj.

D 1 ĝiskun D 10 sur paĝoj 5 kaj 6 donas Difinojn pri Movoj, Vojoj kaj GEO-elementoj.

